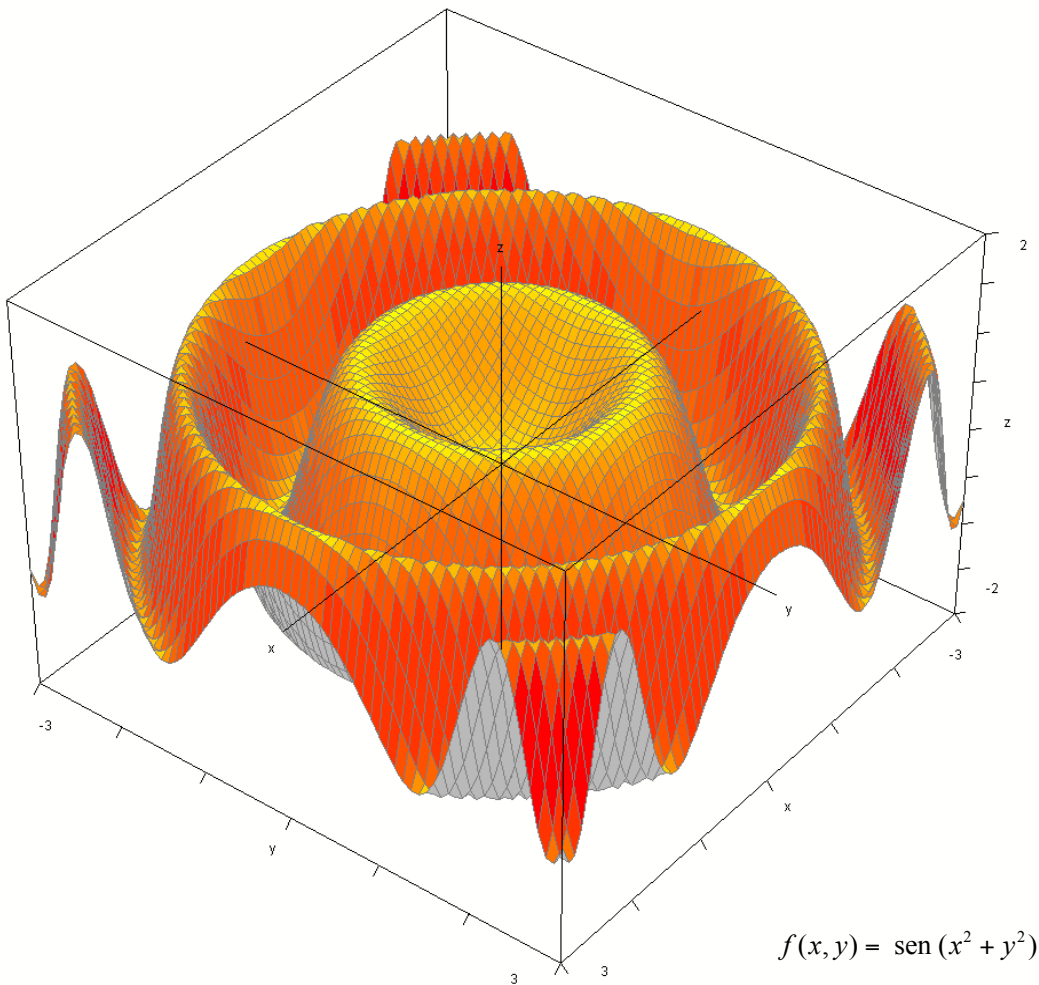


Alvaro Marucci

Lezioni di matematica generale



$$f(x, y) = \text{sen}(x^2 + y^2)$$



ISBN 978-88-7853-729-3

6^a edizione ampliata settembre 2016

1^a ristampa ottobre 2017

Edizioni Sette Città

Via Mazzini 87

01100 Viterbo

info@settecitta.eu

PREFAZIONE

Questo libro nasce dalla necessità di fornire agli studenti, che hanno appena intrapreso gli studi universitari, gli strumenti fondamentali per comprendere gli aspetti matematici sempre più rilevanti nelle scienze applicate.

Ampio spazio viene riservato alla matematica di base che, sempre più spesso, è oggetto di precorsi, di corsi di recupero e di altre attività di supporto, per cercare di eliminare le carenze nella preparazione in ingresso degli studenti.

Nel testo gli argomenti vengono trattati in maniera sintetica e con particolare attenzione al significato geometrico al fine di ottenere una facile comprensione anche da parte degli studenti che provengono da scuole secondarie di secondo grado in cui la matematica non ha trovato adeguato spazio.

In questa ottica, particolare attenzione è stata rivolta alla chiarezza dei concetti fondamentali, sviluppati in maniera logica e consequenziale, cercando di conciliare l'esigenza di una facile comprensione dell'argomento con il rigore dei contenuti.

Dopo alcuni elementi di calcolo combinatorio vengono trattati le matrici, i determinanti e i sistemi di equazioni lineari, che rappresentano argomenti di utilità generale.

Particolare attenzione è stata rivolta alle funzioni che sono alla base di ogni argomentazione scientifica e sono di fondamentale importanza per lo studio e lo sviluppo dei modelli matematici di simulazione dei processi fisici, economici, biologici, ecc.

Non potevano poi mancare lo studio delle funzioni di due variabili, con l'ottimizzazione libera e quella vincolata, il calcolo integrale in una variabile, gli integrali doppi e le equazioni differenziali.

Ritengo doveroso, infine, esprimere la mia più sincera gratitudine al prof. Antonio Leonelli per i consigli ed i preziosi suggerimenti che mi ha rivolto durante la stesura del testo.

Alvaro Marucci

I N D I C E

1. TEORIA DEGLI INSIEMI

1.1	Gli insiemi	1
1.2	Rappresentazione degli insiemi	2
1.3	Insiemi complementare, intersezione, unione, differenza, prodotto cartesiano	3
1.4	Relazioni, applicazioni o funzioni	11
1.5	Funzioni iniettive, suriettive, biettive o biunivoche	14
1.6	Funzioni monotone	19
1.7	Funzioni pari e dispari	22
1.8	Insiemi numerici	24
1.9	Potenze	29
1.10	Monomi, polinomi	40
1.11	Equazioni	50
1.12	Equazioni di primo grado	50
1.13	Equazioni di secondo grado	52
1.14	Equazioni di grado superiore al secondo	56
1.15	Equazioni razionali o fratte	60
1.16	Disequazioni	62
1.17	Disequazioni razionali o fratte	66
1.18	Equazioni e disequazioni irrazionali	69
1.19	Equazioni e disequazioni logaritmiche	72
1.20	Equazioni e disequazioni esponenziali	76

2. ELEMENTI DI CALCOLO COMBINATORIO

2.1	Generalità	79
2.2	Disposizioni semplici e con ripetizione di n oggetti di classe k	80
2.3	Permutazioni semplici e con ripetizione di n oggetti	82
2.4	Combinazioni semplici e con ripetizione di n oggetti di classe k	84
2.5	Proprietà dei coefficienti binomiali	86

3. MATRICI E DETERMINANTI

3.1	Definizione di matrice, somma e prodotto tra matrici, matrici nulla, opposta, trasposta ed inversa	92
3.2	Determinante, sviluppo del determinante, regola di Sarrus, teoremi di Laplace	99
3.3	Proprietà generali dei determinanti	108
3.4	Rango o caratteristica di una matrice	111
3.5	Matrice inversa	112

4. SISTEMI DI EQUAZIONI LINEARI	
4.1 Premessa	118
4.2 Sistemi normali, regola di Cramer	122
4.3 Metodo di eliminazione di Gauss	129
4.4 Sistemi non normali, teorema di Rouché-Capelli	132
4.5 Sistemi omogenei	136
4.6 Autovalori e autovettori di una matrice quadrata	142
5. ELEMENTI DI TRIGONOMETRIA	
5.1 Definizioni	145
5.2 Grafico delle funzioni trigonometriche	149
5.3 Formule di trigonometria	151
5.4 Funzioni trigonometriche inverse	152
5.5 Triangolo rettangolo e funzioni trigonometriche	153
5.6 Teorema della corda	154
5.7 Teorema dei seni (o di Eulero)	155
5.8 Teorema delle proiezioni	156
5.9 Teorema del coseno (o di Carnot)	157
5.10 Area di un triangolo noti i due lati e l'angolo tra essi compreso	158
5.11 Sistemi di riferimento piani	159
6. GEOMETRIA ANALITICA NEL PIANO	
6.1 Piano cartesiano, distanza tra due punti	165
6.2 La retta	166
6.3 Circonferenza	179
6.4 Ellisse	181
6.5 Iperbole	183
6.6 Parabola	185
6.7 Equazione generale delle coniche	190
7. GEOMETRIA ANALITICA NELLO SPAZIO	
7.1 Vettori	194
7.2 Prodotto scalare (o interno) tra due vettori	197
7.3 Prodotto vettoriale (o esterno) tra due vettori	199
7.4 Prodotto misto di tre vettori	201
7.5 Riferimento cartesiano	203
7.6 Il piano	205
7.7 Intersezione di piani, piani paralleli, piani coincidenti	212
7.8 La retta nello spazio	217
7.9 Retta-piano	220
7.10 Coseni direttori	224
7.11 Angolo tra due rette	226
7.12 Fascio proprio di piani	228
7.13 Equazione vettoriale del piano	229

7.14	Distanza tra un punto ed un piano	231
7.15	Angolo tra due piani	233
7.16	Angolo tra una retta ed un piano	235
7.17	Esercizi	236
8.	LIMITI DI FUNZIONI	
8.1	La nozione di limite	239
8.2	Teorema dell'unicità del limite	251
8.3	Teorema della permanenza del segno	252
8.4	Teorema del confronto	253
8.5	Operazioni sui limiti	255
8.6	Funzioni continue	261
8.7	Limiti notevoli	263
8.8	Esercizi	269
9.	CALCOLO DIFFERENZIALE IN UNA VARIABILE	
9.1	Definizione di derivata	271
9.2	Differenziale di una funzione	276
9.3	Importanza della derivata	278
9.4	Derivata di alcune funzioni elementari	282
9.5	Regole di derivazione	290
9.6	Teorema di Rolle	301
9.7	Teorema di Lagrange	305
9.8	Teorema di Cauchy	309
9.9	Regola di de L'Hôpital	311
9.10	Polinomio di Taylor	315
10.	MASSIMI, MINIMI, FLESSI, CONCAVITA', ASINTOTI E GRAFICO DI UNA FUNZIONE IN UNA VARIABILE	
10.1	Massimi e minimi di una funzione f	318
10.2	Concavità, convessità, flessi	321
10.3	Asintoti verticali, orizzontali, obliqui	323
10.4	Esercizi	326
11.	ELEMENTI DI CALCOLO DIFFERENZIALE IN DUE VARIABILI	
11.1	Funzioni di due variabili	348
11.2	Limiti delle funzioni di due variabili	351
11.3	Continuità delle funzioni di due variabili	352
11.4	Derivate parziali delle funzioni di due variabili	353
11.5	Ottimizzazione libera, ricerca dei massimi e dei minimi nelle funzioni di due variabili	358
11.6	Ottimizzazione vincolata	364
11.7	Ottimi paretiani	375

12. CALCOLO INTEGRALE IN UNA VARIABILE	
12.1 Integrali indefiniti	378
12.2 Integrali indefiniti immediati	380
12.3 Integrazione di funzioni composte	382
12.4 Metodi di integrazione indefinita	384
12.5 Integrazione di funzioni razionali	391
12.6 Integrali impropri o generalizzati	396
12.7 Integrali estesi ad intervalli illimitati	398
12.8 Integrali definiti	400
12.9 Teorema della media	404
12.10 Funzione integrale, teorema fondamentale del calcolo integrale	406
12.11 Calcolo del volume dei solidi di rotazione	411
13. INTEGRALI DOPPI	
13.1 Integrali doppi	417
13.2 Significato geometrico dell'integrale doppio	420
14. CENNI SULLE EQUAZIONI DIFFERENZIALI	
14.1 Equazioni differenziali	423
14.2 Equazioni differenziali a variabili separate	424
14.3 Equazioni differenziali a variabili separabili	427
14.4 Equazioni differenziali a coefficienti omogenei	431
14.5 Equazioni differenziali lineari	434
15. ESERCIZI DA SVOLGERE	
15.1 Determinare gli elementi dei seguenti insiemi (in forma tabulare)	438
15.2 Calcolare i seguenti determinanti	439
15.3 Individuare il rango delle seguenti matrici	439
15.4 Risolvere i seguenti sistemi di equazioni lineari	440
15.5 Esercizi di geometria	443
15.6 Derivare le seguenti funzioni	445
15.7 Studiare e rappresentare il grafico delle seguenti funzioni	446
15.8 Integrare le seguenti funzioni	449
15.9 Risolvere le seguenti equazioni differenziali	451
ALLEGATI	452